

Informations - Informationen - Informazioni - Notes

STUDIORUM PROGRESSUS

Der Optimalfarbzug als Konzentrationsreihe eines idealen Farbstoffes

Von R. ROMETSCH, M. THÜRKAUF und K. MIESCHER, Basel*

Im Laufe unserer Vorarbeiten zur Gewinnung eines symmetrisch gestuften Farbkreises wählten wir eine Reihe von Farbstoffen aus, die besonders «reine» Färbungen ergeben, und stellten jeweils ganze Konzentrationsreihen her, worüber wir vor einiger Zeit kurz berichteten¹.

Da es sich bei näherer Untersuchung zeigte, dass die erzielten Farbreihen auf Zusammenhänge von allgemeinerem Interesse hindeuten, haben wir unsere früheren Beobachtungen in mehrfacher Hinsicht ergänzt und erweitert.

Nachfolgend geben wir in einem ersten Teil eine Weiterentwicklung und Ergänzung der farbmetrischen Unterlagen, während in einem zweiten Teil die experimentellen Ergebnisse dargelegt und gedeutet werden.

I. Farbmetrische Grundlagen

a) *Bisherige Ergebnisse.* Die zweckmäßigste Form der Wiedergabe des Farbeindrückes ist immer noch umstritten, trägt doch eine jede Kompromisscharakter. Auf *mischmetrischem* Gebiet hat sich die Darstellung in der trichromatischen C.I.E.-Farbtafel eingebürgert. Wir selbst haben davon Gebrauch gemacht. Da aber wichtige Beziehungen unberücksichtigt bleiben, wiesen wir kürzlich erneut auf das auf OSTWALD zurückgehende Vollfarbsystem hin, wonach sich jede Farbe als anteilige Mischung einer Rein- oder Vollfarbe bestimmten Farbtöns mit Weiss und Schwarz gemäß der allgemeinen Farbgleichung

$$w + s + v = 100 \quad (1)$$

darstellen lässt². Auch zeigten wir, wie diese «Ostwaldkoordinaten» in einem gesetzmässigen Zusammenhang mit den sogenannten «Helmholtzkoordinaten» Farbton, Sättigung und Vollfarbbezug (Bezugshelligkeit) stehen.

Nun ist es aber bekannt, dass das Vollfarbsystem nicht ohne negative Koordinaten auskommt, soll die gesamte Mannigfaltigkeit der Körperfarben erfasst werden. Da die Vollfarben blos einen Spezialfall der Optimalfarben darstellen, wurde wiederholt der Vorschlag gemacht³, diese für die Farbkennzeichnung zu verwenden. RICHTER⁴ benützte sie in der Tat als Grundlage für das deutsche DIN-Farbensystem, worin die Farben nach Farbton, Sättigungsstufe und Dunkelstufe vorwiegend stufenmetrisch geordnet sind, und der Optimalfarbe selbst jeweils die Dunkelstufe 0 zugeschrieben wird.

Kürzlich hat RICHTER unter Hinweis auf unsere vorangehende Arbeit gezeigt, dass zwischen den Ostwald- und den DIN-Masszahlen relativ einfache formelmässige Zu-

sammenhänge bestehen⁵. Dieses Beziehungssystem werden wir nachfolgend noch ausbauen und verallgemeinern, weil dies zum besseren Verständnis unserer praktischen Ergebnisse dient. Dabei beschränken wir uns wiederum auf die Darlegung der rein mischmetrischen Verhältnisse, da deren vollständige Abklärung der stufenmetrischen Betrachtung voranzugehen hat.

b) *Der Optimalfarbzug.* Nach SCHRODINGER⁶ besitzen Farben, deren Spektren höchstens zwei Sprungstellen zwischen 0 und 1 aufweisen, Optimalcharakter. Unter den Optimalfarben gleichen Farbtönen kommt der Vollfarbe der grösste Gehalt an «Reinfarbe» zu und dient deshalb als Einheitsmass für den Anteil an Rein- oder Vollfarbe. Wie LUTHER⁷ zeigte, umschliesst der Zug der Optimalfarben das (mischmetrisch) farbtongleiche Dreieck von Schwarz S über die Vollfarbe V bis zu Weiss W, wobei das Ausmass der Ausbuchung je nach Farbton wechselt. Bemerkenswert ist die Punktsymmetrie komplementärer Optimalfarbpaares in bezug auf mittleres Grau⁸.

Als Koordinaten zur Wiedergabe der Optimalfarbzüge verwendete LUTHER Farbmoment und Helligkeit (Hellbezugswert nach RICHTER), und spätere Autoren sind ihm hierin gefolgt. Da aber Farbmoment und Helligkeit der Vollfarben je nach Farbton variieren, entstehen ganz verschieden gestaltete farbtongleiche Dreiecke. Wir ziehen die Darstellung in übereinstimmend gleichseitigen oder gleichschenklichen⁹ Dreiecken vor, da dies erlaubt, uns besonders interessierende Zusammenhänge klarer hervortreten zu lassen.

Zur Ermittlung der Grenzwellenlängen λ_1 und λ_2 der spektralen Banden der Optimalfarben sowie der «zentrierten» trichromatischen Normfarbwerte X_0 , Y_0 und Z_0 ¹⁰ bedienen wir uns einer Tabelle der aufsummierten Normfarbwerte¹¹. Bedeuten, wie üblich, A_0 , B_0 und C_0 bzw. a_0 , b_0 und c_0 die nach abnehmender Grösse geordneten Normfarbwerte bzw. Farbwertanteile der Optimalfarben, so durfte der die charakteristische oder dominierende Wellenlänge λ_d ¹² einer Optimalfarbe bestimmende Farbtonquotient

$$q = \frac{B_0 - C_0}{A_0 - C_0} = \frac{b_0 - c_0}{a_0 - c_0} \quad (2)$$

innerhalb einer Optimalfarbreihe nicht mehr als $\pm 0,0005$ vom Mittel abweichen¹³.

⁵ M. RICHTER, Die Farbe 6, 49 (1957).

⁶ E. SCHRODINGER, Ann. Physik 63, 397, 481 (1920).

⁷ R. LUTHER, Z. techn. Physik 12, 540 (1927).

⁸ Siehe hiezu Abb. 3 bis 6, insbesondere auch die schöne Darlegung des Optimalfarbenproblems durch C. DOLLAND, Die Farbe 5, 113 (1956).

⁹ Besonders praktisch bei Benützung von Millimeterpapier.

¹⁰ Die Verwendung «zentrierter» Normfarbwerte bzw. -anteile wird in dieser Arbeit vorausgesetzt und daher auf den früher von uns vorgeschlagenen Zentrierungsindex * verzichtet.

¹¹ Dagegen empfiehlt sich die graphische Verwendung der Summenkurve der Farbmomente nach LUTHERS Vorschlag weniger, da ihr teilweise flacher Verlauf zu erheblichen Ablesefehlern führen kann. (So erwiesen sich die DIN-Werte der Optimalfarben der DIN-Farbtafel 6164, Blatt 1, für unsere Zwecke in gewissen Gebieten als zu ungern.)

¹² Darunter wird hier stets die Wellenlänge der im Farbton gleichen Spektralfarbe verstanden.

¹³ Von MAC ADAM, J. opt. Soc. Amer. 25, 361 (1935), angegebene trichromatische Optimalfarbkoordinaten sind nicht für gleiches λ_d berechnet und auch nicht zentriert. Über eine interessante graphische Bestimmung berichtete kürzlich E. HELLMIG, Die Farbe 5, 137 (1956).

* Physikalische Anstalt der Universität und Forschungslaboratorium der CIBA Aktiengesellschaft, Basel.

¹ R. ROMETSCH und K. MIESCHER, Exper. 9, 307 (1953).

² R. ROMETSCH und K. MIESCHER, Exper. 11, 79 (1955).

³ S. RÖSCH, Physikal. Z. 29, 83 (1928); Fortschr. Min. Krist. Petr. 13, 144, 171 (1929).

⁴ M. RICHTER, Die Farbe 1, 85 (1952); 2, 137 (1953).

Die Darstellung des Optimalfarbzuges geschieht in gewohnter Weise mit Hilfe der Dreieckskoordinaten Weiss und Schwarz nach OSTWALD, der «Helmholtzkoordinaten» Sättigung t und Vollfarbbezug f nach MIESCHER oder rechtwinkliger Koordinaten mit

$$v = 100 \frac{A_0 - C_0}{A_v - C_v} \quad (3)$$

als Abszisse¹⁴ und des sogenannten reduzierten Hellbezugswertes H_m als Ordinate, wobei für die Vollfarbe durchwegs $H_m = 50$ gilt.

Ist ganz allgemein v der Vollfarbanteil einer Farbe F , $H = 100 Y$ ihr Hellbezug, H_V derjenige der zugehörigen Vollfarbe, sowie H_m der reduzierte Hellbezug von F , so folgt aus Abbildung 1:

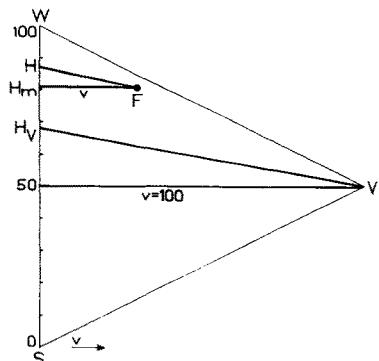


Abb. 1. Bestimmung des reduzierten Hellbezugs H_m .

$$\frac{H - H_m}{H - 50} = \frac{v}{100} \quad \text{oder} \quad H_m = H - v - \frac{H_V - 50}{100} = H - k_m v, \quad (4)$$

wobei k_m eine Reduktionskonstante des Hellbezugs darstellt. Trägt man H_V auf der Grauseite ab, so kann man die Berechnung von H_m vermeiden, sofern man berücksichtigt, dass sich hellbezugsgleiche Farbreihen auf Parallelen zu VH_V befinden.

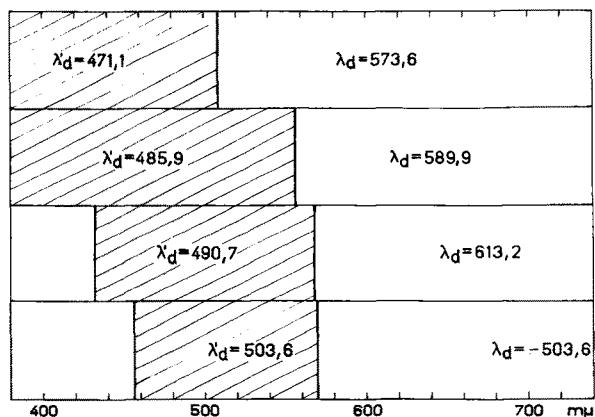


Abb. 2. Spektrale Vollfarbgrenzen der in Abb. 3 bis 6 dargestellten Vollfarbpaaare.

In den Abbildungen 3 bis 6 sind die Optimalfarbzüge für 4 komplementäre Farbtonpaare in Bezug auf gleich-

¹⁴ A_v und C_v sind der grösste und der kleinste Normfarbwert der entsprechenden Vollfarbe.

¹⁵ Man vergleiche diese Kurven mit analogen, nach Farbmoment und Hellbezug geordneten von LUTHER und von DOLLAND.

seitige Vollfarbdreiecke dargestellt¹⁵, und Abbildung 2 gibt die Spektren der entsprechenden Vollfarbenpaare wieder.

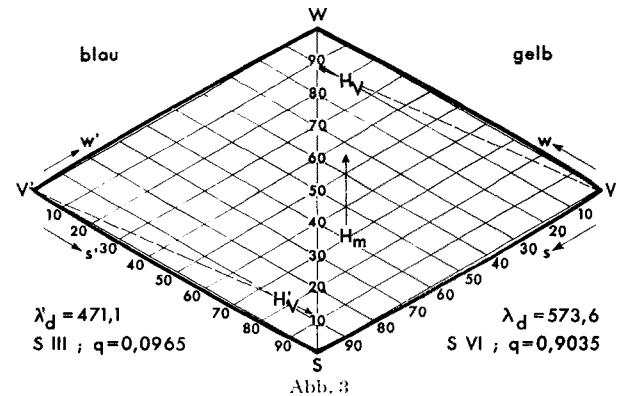


Abb. 3

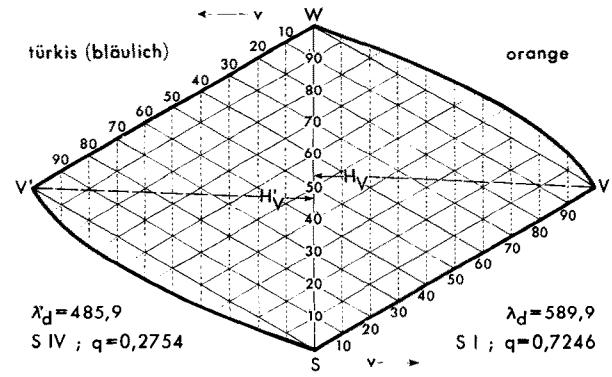


Abb. 4

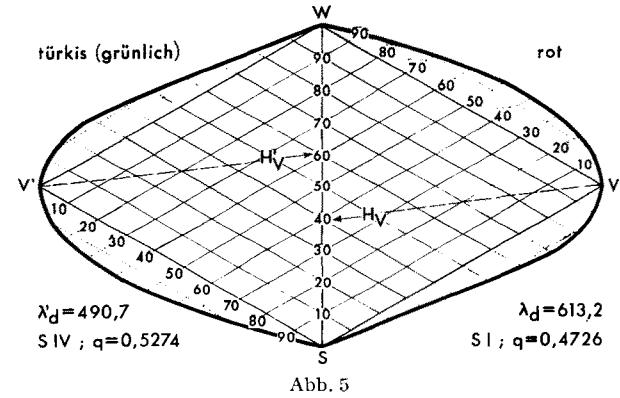


Abb. 5

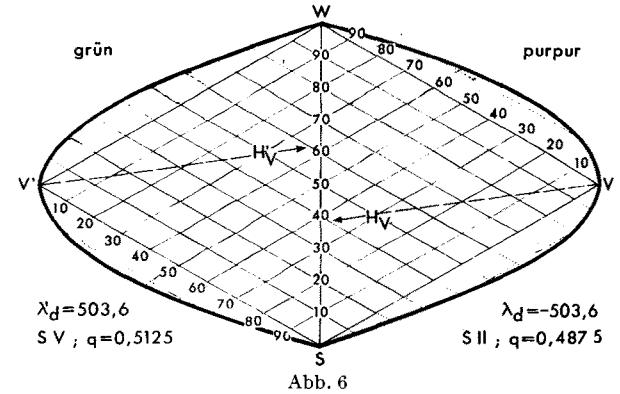


Abb. 3 bis 6. Lage komplementärer Optimalfarbzüge in Bezug auf komplementäre Vollfarbdreiecke. S = Sektor in der Farbtafel, q = Farbtonquotient.

Ordnet man die komplementären Optimalfarbzüge um SW als Achse an, so entsteht ein neuer Farbkörper, der mit dem OSTWALDSchen Farbdoppelkegel die hori-

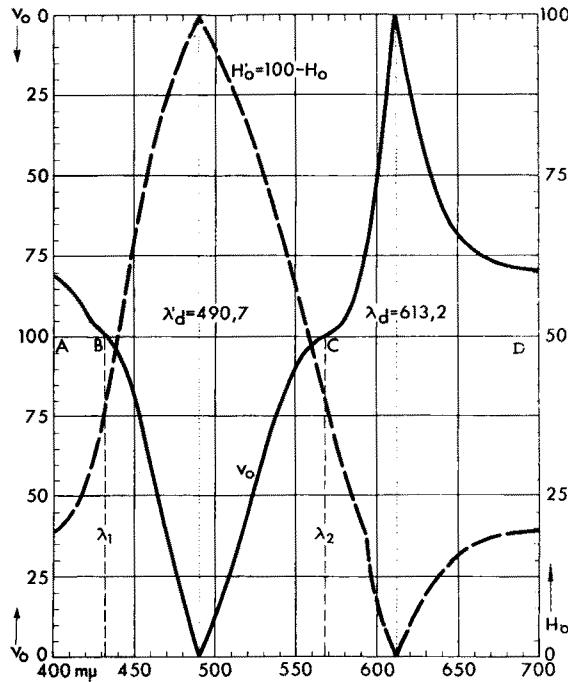


Abb. 7. Lage der Grenzwellenlängen der in Abb. 5 dargestellten komplementären Optimalfarbzüge in Abhängigkeit von Vollfarbanteil und Hellbezug.

zontale, kreisrunde Grundfläche, mit dem LUTHER-NYBERGSchen Farbkörper die unterschiedlich überwölbten Mantelflächen bei erhaltener Punktsymmetrie teilt.

Abbildung 7 zeigt für die beiden kompensativen Farbtöne $\lambda_d = 613,2 \text{ m}\mu$ (rot) und $\lambda_d' = 490,7 \text{ m}\mu$ (türkis) den Verlauf der Lage der Grenzwellenlängen λ_1 und λ_2 der betreffenden Optimalfarbreihen in Abhängigkeit von ihrem Vollfarbanteil v_0 bzw. v'_0 und von ihrem Hellbezug H_0 bzw. H'_0 .

Die Vollfarbanteile komplementärer, sich zum Gesamtspektrum ergänzender Farbpaare sind sich gleich, ihre Hellbezüge ergänzen sich zu 100%. So beträgt der Hellbezug der roten Vollfarbe mit den spektralen Gebieten AB und CD 39,7% und der blaugrünen Gegen-vollfarbe mit dem spektralen Gebiet BC 60,3%.

Von besonderem Interesse sind solche Farbreihen, die auf Verbindungslinien einer Optimalfarbe mit dem Schwarz- oder dem Weisspunkt liegen. Im ersten Fall handelt es sich um Farben gleicher «Weiß-Sättigung» t_w (Farbsättigung in bezug auf Weiss), im zweiten um Farben gleicher «Schwarz-Sättigung» t_s (Farbsättigung in bezug auf Schwarz). Für sie gelten die Gleichungen:

$$t_w = 100 \frac{v}{w+v}; \quad (5)$$

Für Vollfarben ist $t_w = t_s = 100\%$. In Gebieten ausserhalb der SV-Seite des Vollfarbdreiecks ist t_x , ausserhalb der WV-Seite t_z grösser als 100%. Auch die geraden

Teilstrecken der Optimalfarbzüge der Abbildungen 4 und 5 entsprechen Farbreihen gleicher Weiss- bzw. Schwarz-Sättigung.

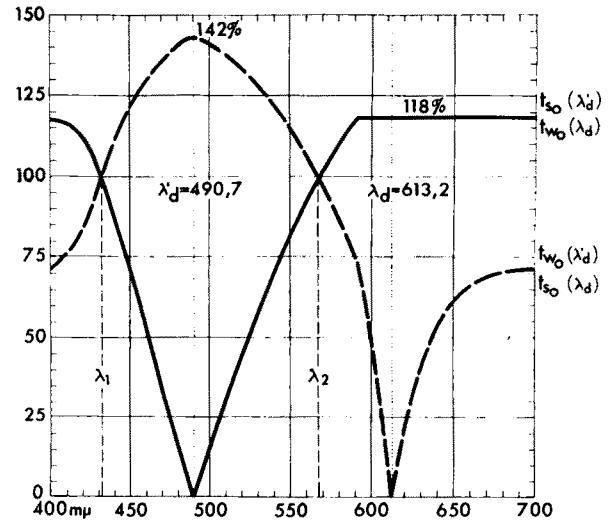


Abb. 8. Lage der Grenzwellenlängen der in Abb. 5 dargestellten komplementären Optimalfarbzüge in Abhängigkeit von Weiss- und Schwarz-Sättigung.

Abbildung 8 zeigt für dieselben Farbtöne wie in Abbildung 7 die Lage der Grenzwellenlängen komplementärer Optimalfarben in Abhängigkeit von t_{w_0} und t_{s_0} . Die Weiss-Sättigung der einen Optimalfarbe entspricht jeweils der Schwarz-Sättigung der komplementären Optimalfarbe. Im Gebiete des horizontalen Verlaufs von t_{w_0} oder t_{s_0} dient zweckmäßig jeweils der andere Sättigungswert zur eindeutigen Kennzeichnung der betreffenden Optimalfarben.

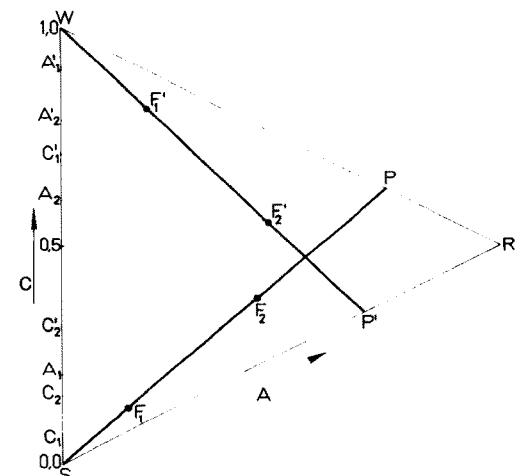


Abb. 9. Trichromatisches Reinfarbdreieck. Normfarbwertbeziehungen für Reihen gleicher Weiss- bzw. Schwarz-Sättigung.

Im trichromatischen farbtongleichen Dreieck Abbildung 9 mit den Eckpunkten S , W und trichromatische Reinfarbe (R) stellen F_1 und F_2 bzw. F'_1 und F'_2 auf SP bzw. WP' je 2 Farbpunkte auf Reihen gleicher trichromatischer Weiss-Sättigung¹⁶ bzw. Schwarz-Sättigung.

¹⁶ Auch Farben gleicher Farbart oder gleichem spektralem Farbanteil.

dar. Für die Dreieckskoordinaten A bzw. A' und C bzw. C' dieser Farbpunkte gelten die Beziehungen¹⁷:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{C_1}{C_2} = \text{konst. und } \frac{1-A_1}{1-A_2} = \frac{1-C_1}{1-C_2} = \text{konst.}$$

Ganz allgemein folgt für Farben gleicher Weiss- bzw. Schwarz-Sättigung:

$$\left. \begin{aligned} X : Y : Z &= x : y : z = \text{konst.} \\ 1-X : 1-Y : 1-Z &= (1-Sx) : (1-Sy) : (1-Sz) = \text{konst.} \end{aligned} \right\} (6)$$

wobei X , Y und Z die Normfarbwerte, S ihre Summe und x , y und z die Farbwertanteile der Farbpunkte dieser Reihen darstellen.

In der trichromatischen Farbtafel besetzen Farbreihen gleicher Farbart ($t_w = \text{konst.}$) bei gleichem Farbton nur einen Punkt, während Farben von konstantem t_s auf der Verbindungsstrecke zwischen dem Ort der Optimalfarbe und dem Unbuntpunkt liegen.

c) *Optimalfarbkoordinaten*. Wie aus den Abbildungen 7 und 8 hervorgeht, entsteht eine Folge von Optimalfarben mischmetrisch gleichen Farbtönen, wenn man das Gesamtspektrum, eventuell unter Überspringung der spektralen Lücke, bei Erhaltung der charakteristischen Wellenlänge λ_d immer mehr einengt. Der Vorgang entspricht einer zunehmenden Verdunkelung bei wachsenden Weiss-Sättigung t_w der Farbe, der umgekehrte dagegen einer zunehmenden Aufhellung und Verweisslichung der anfangs spektralgesättigten Farbe unter Zunahme der Schwarz-Sättigung t_s . Wir bewegen uns auf dem Optimalfarbzug (Abbildung 10) von W über O_1 , V , O_2 nach S oder umgekehrt.

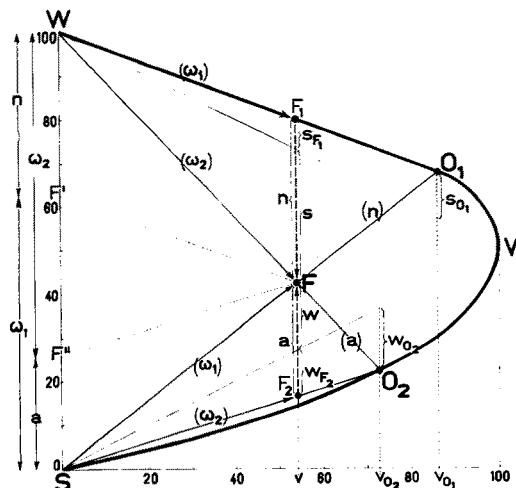


Abb. 10. Vollfarbdreieck. Beziehung zwischen Optimalfarb- und Vollfarbkoordinaten für die Türkisfarbe F ($\lambda_d = 490,7 \mu\text{m}$).

Eine Verdunkelung oder Schwärzung wird aber auch durch gleichmässige Verringerung der spektralen Intensität einer einzelnen Optimalfarbe, zum Beispiel von O_1 unter Festhaltung der spektralen Sprungstellen, erreicht. Die entstehende Farbreihe folgt einem Strahl gleicher Weiss-Sättigung von O_1 über die Farbe F in Ab-

¹⁷ Siehe K. MIESCHER, Z. techn. Physik 11, 66 (1930). Der grösste Normfarbwert A ist identisch mit dem trichromatischen «Reinfarbbezug». Der kleinste Normfarbwert C entspricht dem trichromatischen Weissanteil, $A-C$ dem trichromatischen Reinfaranteil.

bildung 10 nach S. Bezeichnen wir den prozentualen Anteil an Optimalfarbe O_1 mit ω_1 und den prozentualen Verdunkelungsgrad mit n (Nigredo), so gilt in bezug auf die Farbe F :

$$\omega_1 + n = 100, \quad (7)$$

wobei für O_1 selbst $\omega_1 = 100$ und $n = 0$ beträgt.

Umgekehrt wird eine wachsende Aufhellung und Verweisslichung auch erzielt, indem man zunehmende Anteile an Optimalfarbe durch weisses Licht ersetzt, wiederum unter Erhaltung der spektralen Sprungstellen. In diesem Fall bewegt man sich auf einem Strahl gleicher Schwarz-Sättigung, so zum Beispiel von O_2 über F nach W in Abbildung 10. Bezeichnen wir den Anteil an Optimalfarbe O_2 mit ω_2 und den Weissungsgrad mit a (Albedo), so folgt:

$$\omega_2 + a = 100. \quad (8)$$

In Abbildung 10 teilen die Punkte F , F_1 und F' die Strecken SO_1 , WO_1 und SW im Verhältnis $\omega_1 : n$ und die Punkte F , F_2 und F'' die Strecken WO_2 , SO_2 und WS im Verhältnis $\omega_2 : a$. Behandelt man die Optimalfarbanteile sowie n und a wie Vektoren, die von S und W ausgehen, so ergibt sich der Farbort F durch geometrische Addition der von S ausgehenden Vektoren (ω_2) und a wie auch der von W ausgehenden Vektoren (ω_1) und n . In F treffen sich die Resultanten SF und WF dieser Vektoradditionen, die wiederum ω_1 und ω_2 charakterisieren.

Unabhängig vom Bezugssystem muss die Kennzeichnung einer Farbe immer denselben Anteil an «Reinfarbmenge» ergeben. Rechnet man in Vollfarbeinheiten, so gilt für den Vollfarbanteil v der Farbe F in Abbildung 10:

$$v = \frac{v_{O_1}}{100} \omega_1 = \frac{v_{O_2}}{100} \omega_2, \quad (9a)$$

wobei v_{O_1} und v_{O_2} die Vollfarbanteile der Optimalfarben O_1 und O_2 bedeuten. Aus (9a) folgt unmittelbar:

$$\omega_1 : \omega_2 = v_{O_2} : v_{O_1}. \quad (9b)$$

Bedeuten w und s Weiss- und Schwarzanteil von F , sowie s_{O_1} und w_{O_2} entsprechende Anteile der Optimalfarben O_1 und O_2 , so ist nach Abbildung 10:

$$\left. \begin{aligned} n &= s + s_{F_1}, \\ a &= w + w_{F_2} \end{aligned} \right\}, \quad (10)$$

wobei s_{F_1} und w_{F_2} sowie s_{O_1} und w_{O_2} an sich negative Werte darstellen. Aus Abbildung 10 folgt auch:

$$\left. \begin{aligned} s_{F_1} : s_{O_1} &= v : v_{O_1}, \\ w_{F_2} : w_{O_2} &= v : v_{O_2} \end{aligned} \right\}. \quad (11)$$

Nach s_{F_1} und w_{F_2} aufgelöst und in (10) eingesetzt ergibt:

$$\left. \begin{aligned} n &= s + v \frac{s_{O_1}}{v_{O_1}}, & s &= n - v \frac{s_{O_1}}{v_{O_1}} \\ a &= w + v \frac{w_{O_2}}{v_{O_2}}, & w &= a - v \frac{w_{O_2}}{v_{O_2}} \end{aligned} \right\}, \quad (12)$$

wobei die Quotienten Konstanten darstellen.

Durch die Gleichungen (9) und (12) ist der Zusammenhang zwischen den verallgemeinerten Optimal- und den Vollfarbkoordinaten gegeben¹⁸.

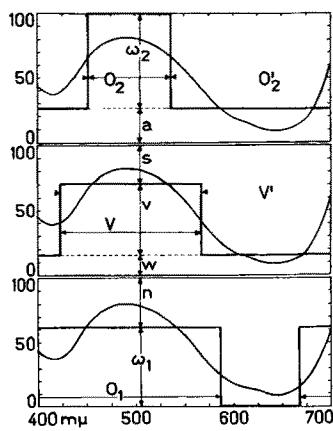


Abb. 11. Metamere Grenzspektren der Türkisfarbe F in Abb. 10.

Abbildung 11 zeigt, wie das Spektrum einer grünen Farbe $\lambda_d = 490,7 \text{ m}\mu$ durch metameren Spektren ersetzt werden kann, die sich auf die Schwarzoptimalen O_1 , die Weissoptimalen O_2 oder die Vollfarbe V' beziehen¹⁹. Der Grenzcharakter der Optimalfarbkoordinaten und die Mittelstellung der Vollfarbkoordinaten treten dabei deutlich zutage²⁰. Die Anteile von s und n sind umso kleiner und diejenigen von w und a umso grösser, je gesättigter die als Bezug dienende Reinfarbe (O_1 , O_2 oder V') ist. Aus Abbildung 11 ist ferner ersichtlich, dass die Koordinaten a und n auch als Anteile der zu O_2 und zu V' komplementären Farben O'_2 und V' , gemäss der von uns früher entwickelten Gegenfarbenlehre, gedeutet werden können²¹, was übrigens bei vektorieller Darstellung ohne weiteres ersichtlich ist.

Aus (6) folgt ferner:

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= 100 & X &= 100 & Y &= 100 & Z &= 100 \\ && X_{O_1} &= 100 & Y_{O_1} &= 100 & Z_{O_1} &= 100 \\ \omega_2 &= 100 & 1-X &= 100 & 1-Y &= 100 & 1-Z &= 100 \\ && 1-X_{O_2} &= 100 & 1-Y_{O_2} &= 100 & 1-Z_{O_2} &= 100 \end{aligned} \right\}, \quad (13)$$

wobei X , Y und Z die Normfarbwerte der Farbe F , X_{O_1} , Y_{O_1} , Z_{O_1} sowie X_{O_2} , Y_{O_2} und Z_{O_2} diejenigen der Optimalfarben O_1 und O_2 bedeuten. Sind letztere bekannt, so erlauben die Gleichungen (13) die gegenseitige Transformation der Optimal- und der trichromatischen Koordinaten.

Die Optimalfarben wurden hier etwas ausführlicher behandelt, da sie nicht nur für den praktischen Teil unserer Arbeit von Bedeutung sind, sondern auch in der

¹⁸ M. RICHTER, Die Farbe 6, 56 (1957). Seine Ergebnisse gehen bezüglich der Weiss-Optimalen den unsrigen parallel.

¹⁹ Die Vollfarbe dient hier nur als Vertreter der zwischen O_1 und O_2 befindlichen Optimalfarben. Sie alle könnten als Bezug zur Kennzeichnung einer Farbe dienen, die Vollfarbe erfordert aber den kleinsten Anteil am Reinfarbe.

²⁰ Die Mittelstellung der Vollfarben geht allerdings verloren, wenn F außerhalb des Vollfarbdreiecks liegt.

²¹ K. MIESCHER, Z. Sinnesphysiologie 57, 72 (1925); Z. techn. Phys. 11, 223 (1930).

Reproduktionstechnik und in der Filtertheorie wachsendes Interesse finden.

Das DIN-System von RICHTER nimmt nur auf die Weiss-Optimalen Bezug, dabei entspricht der Weissoptimalanteil ω_1 der sogenannten Relativhelligkeit $h = A/A_0$ nach RICHTER²², während die Nigredo n in Beziehung zur «Dunkelstufe» steht. Es wäre zweifellos von Interesse, auch die Bedeutung der Schwarzoptimalen und der Albedo, also von ω_2 und a , im Rahmen des DIN-Systems zu untersuchen.

d) *Optimalgleiche und optimalanaloge Farbreihen.* In praktischer Hinsicht sind Farbreihen von Interesse, die durch affine Transformation aus dem Optimalfarbzug hervorgehen. So sind in Abbildung 12 Kurvenscharen gleicher Nigredo und gleicher Albedo bzw. gleichen Schwarzoptimal- bzw. gleichen Weissoptimalfarbanteils für das komplementäre Farbpaares der Abbildung 5 dargestellt²³. Dabei geht jeweils eine albedo- bzw. nigredo-gleiche Reihe des einen Farbtons in eine nigredo- bzw. albedogleiche Reihe des komplementären Farbtons über.

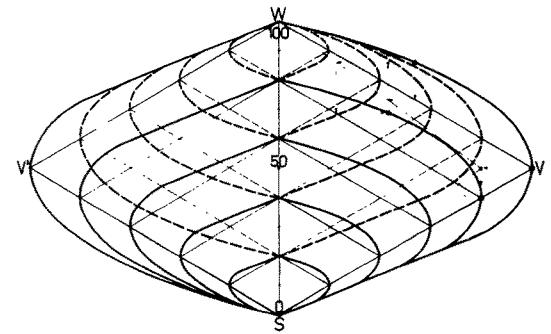


Abb. 12. Farbreihen gleicher Nigredo (—) und gleicher Albedo (----) in komplementären Vollfarbdreiecken. Hilfskonstruktion für die affine Transformation.

Im Grenzfall, wenn der Optimalfarbzug mit den Dreiecksseiten zusammenfällt, gehen die Nigredo- und Albedogleichen in die zur IVI' - oder SIV -Seite des Vollfarbdreiecks parallelen Schwarz- bzw. Weissgleichen OSTWALDS über.

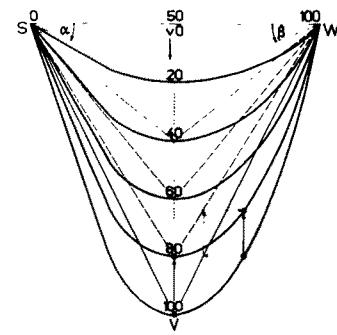


Abb. 13. An W und S aufgehängte, optimalanaloge Farbreihen (Rot. $\lambda_d = 613,2 \text{ m}\mu$).

²² Die «Hellbezugswerte» A und A_0 des DIN-Systems sind identisch mit $H = 100 Y$ und $H_0 = 100 Y_0$. Die gleichzeitige Verwendung der Ausdrücke «Relativhelligkeit» und «Hellbezugswert», die praktisch dasselbe bedeuten, für verschiedene Größen scheint nicht unbedenklich. Übrigens benützen wir schon lange die 3 ersten Buchstaben des Alphabets zur Ordnung der trichromatischen Koordinaten nach ihrer Größe.

²³ Die Lage der affinen Kurven findet man entweder durch anteilige Verkürzung der Schwarz- bzw. Weissoptimalen oder nach der in Abbildung 12 angedeuteten Konstruktion.

Besonderes praktisches Interesse kommt der Auffassung des Optimalfarbzugs als Konzentrationsreihe eines idealen Farbstoffes zu. Jede spektrale Abweichung einer Farbe vom Optimalcharakter führt unabwendbar zu einer Verschiebung der Farbe nach dem Innern der Optimalfarbfläche. So werden zweckmäßig die Verdünnungsreihen realer Farbstoffe auf entsprechende Optimalfarbreihen gleichen Farbtöns als äusserste Grenze bezogen.

Verringert man die Vollfarbanteile längs des Optimalfarbzuges um wachsende Bruchteile, so entsteht eine ganze Schar zum Optimalfarbzug symmetrisch verlaufender Kurven «optimalanaloger» Farbreihen (Abbildung 13), die sich stufenweise der Grauseite nähern und schliesslich mit ihr zusammenfallen. Man kann sich auch den Optimalfarbzug nach Art einer Kette vorstellen, die an *S* und *W* aufgehängt ist und zunehmend verkürzt wird. In diesem Sinne sprechen wir von *Hängereihen*.

Lässt man die Vollfarbanteile auf den beiden von *V* ausgehenden Kurvenästen des Optimalfarbzuges verschwinden, so entsteht eine weitere Schar nunmehr zum Optimalfarbzug asymmetrischer Kurven optimalanaloger Farbreihen, die mehr gegen die eine oder die andere der von *V* ausgehenden Seiten des Dreiecks verschoben erscheinen (Abbildung 14).

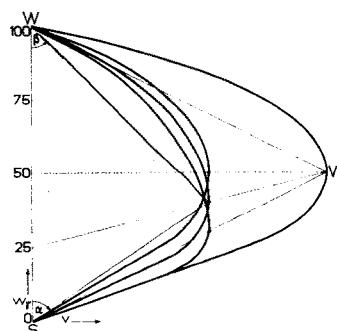


Abb. 14. Asymmetrische optimalanaloge Farbreihen.

In die Strahlen gleicher Weiss-Sättigung und gleicher Schwarz-Sättigung, die vom Schwarz- und Weisspunkt zum Kurvenscheitel führen, gehen die optimalanalogen Kurven im idealisierten Grenzfall über (siehe Abbildungen 13 und 14). Die Neigungswinkel α und β der beiden Strahlen zur Grauseite zeigen an, wie rasch *v* längs der beiden Kurvenäste verhältnismässig zu- oder abnimmt.

Zweckmässig kennzeichnet man die optimalanalogen Farbreihen durch ihr v_{max} , den Vollfarbanteil der Scheitelfarbe, sowie durch die von *V* aus durch den Kurvenscheitel nach der Grauseite führende Graugleiche. Ihr Schnittpunkt mit der *SW*-Seite teilt diese im Verhältnis $\gamma = s : w$, wobei *s* und *w* Schwarz- und Weissanteil der Scheitelfarbe bedeuten. Der Weissanteil w_y dieses Graus beträgt:

$$w_y = 100 \frac{w}{w+s} \quad (14)$$

v_{max} und w_y bilden somit Charakteristika der Hängekurven.

e) *Verallgemeinerung*. Natürlich kann man sich die Hängekurven optimalanaloger Farbreihen auch an anderen Punkten der Graureihe als an Weiss und Schwarz befestigt denken.

In diesem Sinne erweisen sich die Reihen gleicher Nigredo oder Albedo als Sonderfall, indem der eine Halte-

punkt an Schwarz bzw. Weiss fest bleibt, der andere aber sich längs der Graureihe unter wachsender Verkürzung der Kurve verschiebt.

Verändert man beide Aufhängepunkte, so entstehen je nach dem Grade ihrer Verschiebung gegenüber Schwarz und Weiss symmetrische oder asymmetrische Hängekurven, die man auch als Resultat des Zusammenspiels von Nigredo- und Albedogleichen verstehen kann.

Endlich können der eine oder beide Ausgangspunkte der Hängereihen mehr oder weniger nach dem Dreiecksinnen verschoben sein, und im allgemeinsten Fall fällt selbst die Farbtongleichheit innerhalb der Farbreihe weg; hier handelt es sich nicht mehr um Farbfolgen in der Dreiecksebene, sondern im dreidimensionalen Farbraum. Solchen Farbreihen werden wir im zweiten Teil dieser Arbeit begegnen.

Wenn auch die von uns behandelten Farbreihen alle aus dem Optimalfarbzug durch affine Transformation hervorgehen, so ist es doch keineswegs erforderlich, dass die Reihenglieder bezüglich ihres spektralen Charakters etwa nur senkrechte Sprungstellen aufweisen. Wie schon Abbildung 11 lehrt, besteht in dieser Hinsicht grösste Freiheit, wenn nur der Farbeindruck derselbe bleibt. Dabei steigt der Bereich der metameren Möglichkeiten um so mehr an, je weiter die Farbe vom Optimalfarbzug entfernt ist.

f) *Fluoreszenzfarben*. Bisher ist bei gegebener Beleuchtung der Optimalfarbzug als äusserste Grenze realer Farben angesprochen worden; im Falle von Fluoreszenz kann sie aber in der Tat überschritten werden. Solche Farben scheinen zu leuchten. Das Ausmass der bestehenden Möglichkeiten abzutasten, böte bei dem grossen Interesse, das heutzutage fluoreszierende Farben und auch die sogenannten optischen Bleichmittel finden, besonderen Reiz. Hierauf werden wir in einer späteren Arbeit zurückkommen²⁴.

g) *Klarheitsgrad*. Im Hinblick auf die optimalanalogen Farbreihen sei darauf hingewiesen, dass schon OSTWALD die von den Reinstfarben nach Weiss und Schwarz führenden Übergänge im Anschluss an interessante Beobachtungen von ROSENSTIEHL²⁵ als hellklare und dunkelklare Farben bezeichnete²⁶. Möglicherweise dürfen optimalanaloge Farbreihen als Farben gleichen Klarheitsgrades aufgefasst werden²⁷. Naturgemäss erscheint uns eine Farbreihe umso farbklearer, je näher sie dem Optimalfarbzug und um so grauer, je näher sie der Graureihe verläuft. Dem Optimalfarbzug käme demnach die grösste, der Graureihe die kleinste Farbklarheit zu. Es ist aber auch der verschiedene Symmetriegrad der Konzentrationsreihen zu berücksichtigen. Je nachdem das lichtere oder das farbtiefere Gebiet bevorzugt ist, nähern sie sich mehr dem hellklaren oder dem dunkelklaren Ast des Optimalfarbzuges. Schliesslich schränkt auch die Ver-

²⁴ Siehe hierzu W. SCHULTZE, Die Farbe 2, 9 (1953) und H. E. KUNDT, ebenda S. 23.

²⁵ M. A. ROSENSTIEHL, *Traité de la Couleur* (Paris 1913), p. 31.

²⁶ W. OSTWALD, *Beiträge zur Farbenlehre*, Abh. math.-phys. Kl. Kgl.-sächs. Ges. Wiss. 34, 508 (1917), *Mathetische Farbenlehre*, 3. Aufl. (Verlag Unesma, Leipzig 1930), p. 46.

²⁷ D. B. JUDD, *Color in Business, Science and Industry* (New York 1952), p. 290, weist auf die in der Färberei üblichen, recht konfusen und sich widersprechenden Bezeichnungen hin und spricht im Hinblick auf Verdünnungsreihen realer Farbstoffe von Farbreihen konstanter färberischer «brightness» (Lebhaftigkeit) oder konstanter «cleanness» (Reinheit); Begriffe, die er aber mit Recht selbst bemängelt, wird doch zum Beispiel unter «brightness» meist auch die Helligkeit einer Farbe verstanden (siehe JUDD, ebenda p. 280). — W. SCHULTZE, *Farbenlehre und Farbenmessung* (Springer Verlag, Berlin 1957), p. 45.

schiedenheit der Aufhängepunkte im praktischen Fall die sinngemäße Anwendung des Klarheitsbegriffes ein.

II. Konzentrationsreihen von Farbstoffen

Das in unserer eingangs erwähnten Arbeit beschriebene Färbeverfahren für einseitig gelatiniertes, weisses Papier hat sich für Zwecke der Farbforschung als besonders einfach und zweckmäßig erwiesen. Wir hatten damals von den 12 ausgewählten Farbstoffen geometrisch gestufte Verdünnungsreihen hergestellt und die Remissionskurvenscharen zweier Vertreter, von Ponceau PSNR (Papierrot) und von Kitonechtgrün V reproduziert.

Solche Kurven zeigen einen relativ einfachen Verlauf, indem meistens nur 1 oder 2 ausgesprochene Absorptionsgebiete auftreten. Das erstere gilt für gelbe bis rote Farbstoffe, das letztere für die violetten, blauen und grünen Farbstoffe.

Zur Veranschaulichung des Farbverlaufs der beiden Farbstoffe, in Abhängigkeit von der zur Färbung angewandten Konzentration, benutzten wir damals ein bilogarithmisch geteiltes Koordinatensystem mit der Konzentration als Abszisse und dem Remissionsminimum bzw. -maximum als Ordinate. Ausserdem kennzeichneten wir die Verdünnungsreihen aller 12 Farbstoffe durch ihre Wiedergabe in der trichromatischen Farbtafel für Beleuchtung E.

Inzwischen haben wir die Konzentrationsreihen noch ausgedehnt, um den Farbverlauf möglichst vollständig verfolgen zu können. Die Remissionskurven wurden frisch mit dem selbstregistrierenden Spektrophotometer von HARDY der G.E.C. aufgenommen und gleichzeitig die trichromatischen Koordinaten unter Mitverwendung des damit gekoppelten Integrators für Normlichtart C bestimmt und zentriert. Das Kitonechtgrün V ersetzten wir durch Mischungen von türkisfarbigem Benzylgrün B mit Chinolingelb, da damit reinere grüne Färbungen als mit dem einheitlichen Farbstoff erzeugt werden können. Wir bestimmten auch Verdünnungsreihen für zwei Gemische dieser beiden Farbstoffe, wobei die Konzentrationsverhältnisse für Grün 1 : 2,18 und für Gelbgrün (Papagei) 1 : 15,39 betrugen.

Um uns von den Zufälligkeiten des zur Färbung verwendeten Substrates unabhängig zu machen, haben wir auch ganz analog die Transmissionssfarben der wässrigen Lösung der Farbstoffe unter Verwendung von Küvetten von 1 cm Schichtdicke bestimmt. Wir gingen von möglichst konzentrierten Farblösungen aus und liessen die Konzentration der folgenden Stufen nach einer geometrischen Reihe abnehmen.

Schliesslich untersuchten wir auch die Konzentrationsreihen zweier typischer schwarzer Farbstoffe der Azoreihe, von Säureschwarz²⁸ D und G.

In Tabelle I sind die verwendeten Farbstoffe und Farbstoffgemische, sowie jeweils die für die Lösungsreihen wie für die Färbungen verwendeten höchsten Farbstoffkonzentrationen angeführt. Da in der Wärme gefärbt wurde, konnte hier die Farbstoffkonzentration im Bedarfsfall erheblich gesteigert werden. Im ganzen wurden für diese Untersuchung die Farbkoordinaten von über 700 Farbproben ermittelt.

Zur eingehenderen Analyse verfolgten wir den Farbverlauf beiderlei Verdünnungsreihen, sowohl in der trichromatischen Farbtafel (C.I.E.-Tafel) wie im Vollfarbdreieck.

Tabelle I
Anfangskonzentrationen der Verdünnungsreihen in %

Farbstoffe	Lösung	Färbung
I. Chinolingelb	1,60	7,68
II. Tartrazin	1,60	1,92
III. Orange II	1,60	7,68
IV. Ponceau PSNR	1,28	0,48
V. Fullacidrot 3B	0,40	0,96
VI. Alizarinechtrubin 4B	0,40	0,48
VII. Brillantalizarinechtviolett 6R	0,20	0,48
VIII. Säureviolet 5B	0,20	0,12
IX. Brillantsäureblau G	0,05	0,12
X. Kitonblau AR	0,40	0,96
XI. Benzylgrün B	0,16	0,24
XII. Grün (XI : I = 1 : 2,18)	XI 0,119	0,06
	I 0,260	0,13
XIII. Papagei (XI : I = 1 : 15,39)	XI 0,110	0,085
	I 1,654	1,307
XIV. Säureschwarz D	0,05	0,12
XV. Säureschwarz G	0,013	0,038

A. *Verlauf in der C.I.E.-Farbtafel.* Die Abbildungen 15 bis 17 zeigen den Verlauf der ausgemessenen Farbreihen, sowohl in Durchsicht (Lösung) wie in Aufsicht (gelatiniertes Papier), in der zentrierten, trichromatischen Farbtafel für Normlichtart C. Die Änderung der Weiss-Sättigung (Abstand vom Weisspunkt) und die oft starke Verschiebung des Farbtons in Abhängigkeit von der Farbstoffkonzentration kommen eindrücklich zur Geltung.

Um die Grösse der Farbtonverschiebung besser zu verdeutlichen, haben wir in den Abbildungen 15 bis 17 die 24 Farbstufen unseres symmetrischen Farbkreises eingetragen. Nr. 2, 8, 14 und 20 bedeuten die 4 Ursachen Gelb, Rot, Blau und Grün, Nr. 5, 11, 17 und 23 die 4 Mittelfarben Orange, Violett, Türkis und Papagei (Gelbgrün)²⁹. Streng gilt allerdings der Vergleich nur für die gesättigteren, durch Pfeile gekennzeichneten Stufen der Ausfärbung, die der Farbkreisteilung zugrunde lagen; ist doch zu berücksichtigen, dass mischmetrisch abgeleitete und stufenmetrisch beobachtete Farbtongleichheit je nach Farbton Unterschiede aufweisen kann.

Alle untersuchten Verdünnungsreihen gelöster Farbstoffe, und es gilt dies auch für die «schwarzen» Farbstoffe, beginnen auf oder nahe dem Spektralfarbzug oder auf der Purpurlinie, der Verbindungslinie seiner äussersten Enden. An der spektralen Grenze wird aber zugleich absolutes Schwarz erreicht. Anderseits enden alle Kurven auf dem Unbuntpunkt im Zentrum der Tafel, dem hier Weiss, die Farbe der Normlichtart C, entspricht.

Im Gegensatz zu den *Lösungskurven* (dick gestrichelt) zeigen die *Färbekurven* (ausgezogen) ausgesprochene Sättigungsmaxima. Der hellere und ungesättigte Ast der Kurven endet jeweils auf dem «Weisspunkt», dem Farbort des gelblichen Papiers; der Tafelmitte nähert sich aber auch der dunklere und gesättigtere Ast mehr oder weniger, soweit es gelingt, genügend konzentrierte Lösungen der Farbstoffe herzustellen.

B. *Verlauf im Vollfarbdreieck.* In der trichromatischen Farbtafel kommt die Änderung der dritten Koordinate, der Hellbezugs $H=100 Y$, nicht zum Ausdruck. In der

²⁸ Siehe zum Beispiel K. MIESCHER, Helv. physiol. Acta 6, C 12 (1948); Chimia 3, 243 (1949); eine eingehendere Publikation wird demnächst folgen.

²⁹ Auch Kiton schwarz genannt.

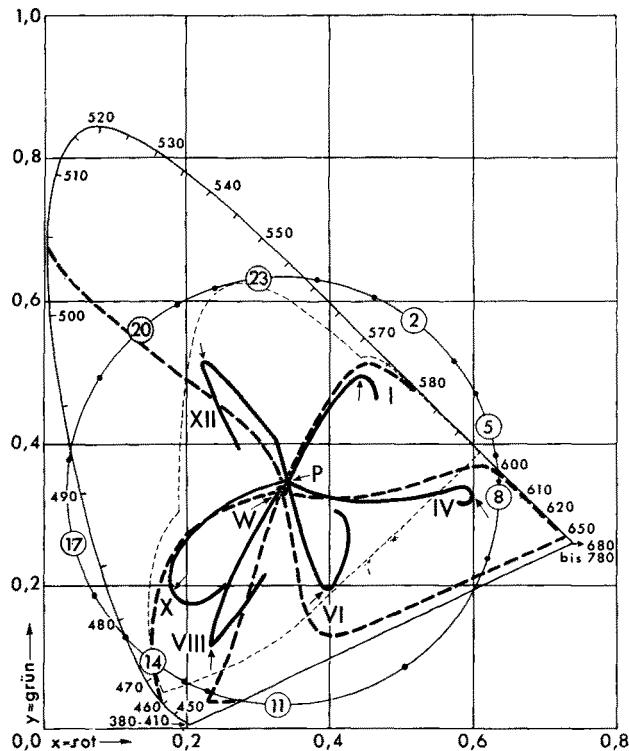


Abb. 15

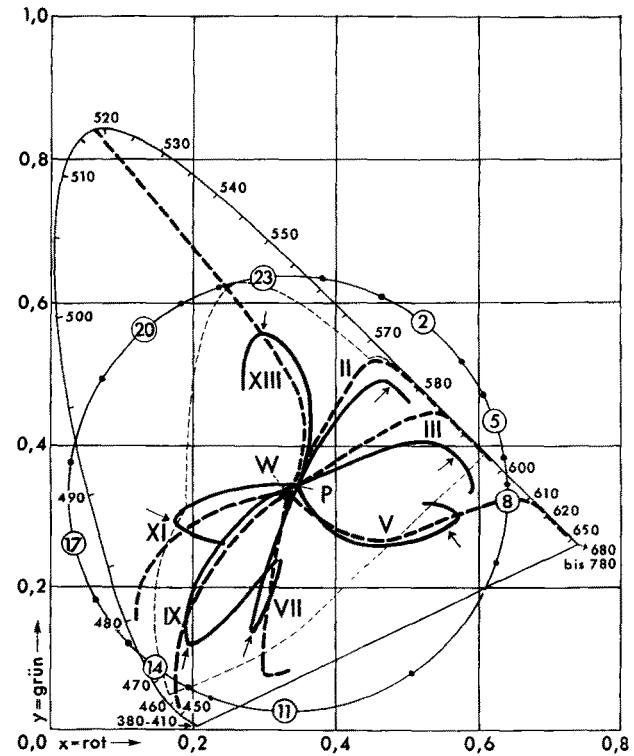


Abb. 16

Abb. 15 und 16. Darstellung der Farbstoffkonzentrationsreihen in der zentrierten Farbtafel für Norulichtart C.
 — Papierfärbungen - - - Lösungen - - - Vollfarbzug ○—○ 24teiliger Farbkreis (2 Gelb, 8 Rot, 14 Blau, 20 Grün).

Tat entsprechen aber Farbverdünnungsreihen, wie wir bereits bemerkt haben, Farblinien im dreidimensionalen Farbraum. Von den verschiedenen Möglichkeiten erweist

sich die Darstellung des Farbverlaufes im ausgeglichenen Vollfarbdreieck als besonders zweckmäßig. Indem hier vom Unterschied des Farbtons abstrahiert wird, können alle Farbverdünnungsreihen an Hand des gleichen Vollfarbdreiecks dargestellt und miteinander verglichen werden.

Die Abbildungen 18 bis 21 geben die von uns ermittelten Farbkurven der Farblösungen wie der Papierfärbungen von 7 Farbstoffen und einem Farbstoffgemisch wieder³⁰. Ferner sind in Tabelle II einige charakteristische Werte aller von uns ermittelten Farbkurven zusammengestellt.

Abbildung 22 zeigt überdies den Verlauf des Vollfarbanteils v sowie des Hellbezugs H der Re- und Transmissionsfarben zweier Farbstoffe, Chinolingelb und Alizarinechtrubin 4B in Abhängigkeit der angewandten Konzentration (in logarithmischem Maßstab). Auffällig ist die Glockenform der Vollfarbwerte. Solchen Kurven kommt auch praktische Bedeutung zu.

Der Verlauf der Konzentrationsreihen im Vollfarbdreieck sei nun eingehender untersucht.

1. *Farblösungen.* a) Alle Verdünnungsreihen zeigen einen mehr oder weniger ähnlichen Gang wie unsere theoretisch abgeleiteten optimalanalogen SW-Hängekurven; der hellere obere Ast verläuft bis zum Weißpunkt (völlige Durchlässigkeit), der dunklere untere Ast endet im Schwarz (völlige Absorption) oder weist bei mangelnder Löslichkeit der Farbstoffe wenigstens darauf hin.

b) Ein genauer Vergleich der Verdünnungskurven mit den optimalanalogen Farbkurven ist insofern erschwert, als ja der Farbton bei der Verdünnung keineswegs gehalten wird. Infolgedessen wäre zu jedem Punkt der

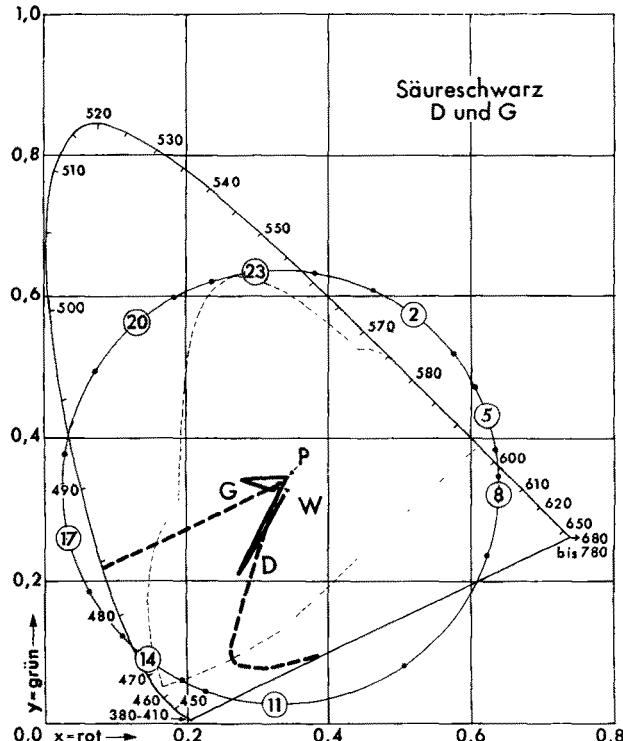


Abb. 17. Farbverlauf der Konzentrationsreihen von Säureschwarz D und G in der Farbtafel.

³⁰ Die gegenüberstehenden Farben sind nicht kompensativ.

Farbkurve die zugehörige Optimalfarbe gesondert zu bestimmen. Hierauf werden wir in einer späteren Arbeit zurückkommen.

dass v_{\max} von Kitonblau Nr. X höher liegt als bei den benachbarten violetten und Türkisfarbstoffen Nr. IX und XI.

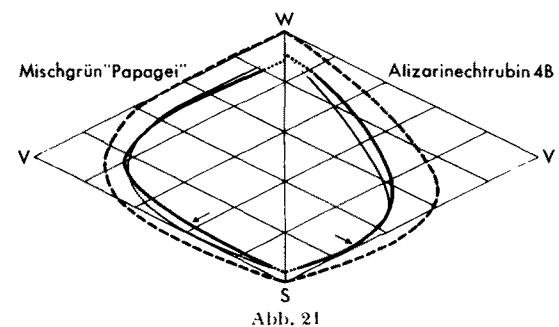
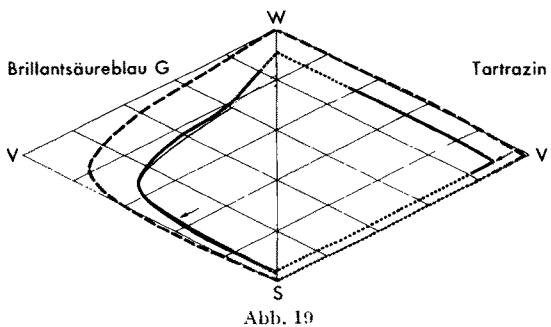
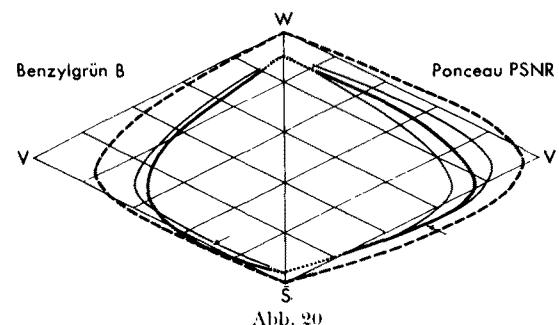
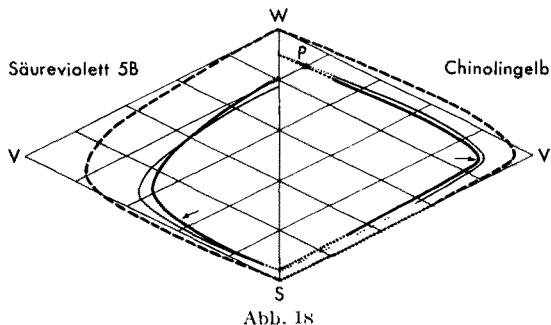


Abb. 18 bis 21. Farbverlauf der Farbstoffkonzentrationsreihen im Vollfarbdreieck.
— Färbungen auf Papier, - - - Lösungen, — abgeleitete Färbungen.

c) Nur die Verdünnungskurven *warmer* Farben (gelb bis rot) reichen nahe an den Optimalfarbzug heran, wobei Tartrazin das Optimum mit $v_{\max} = 97,8\%$ erreicht.

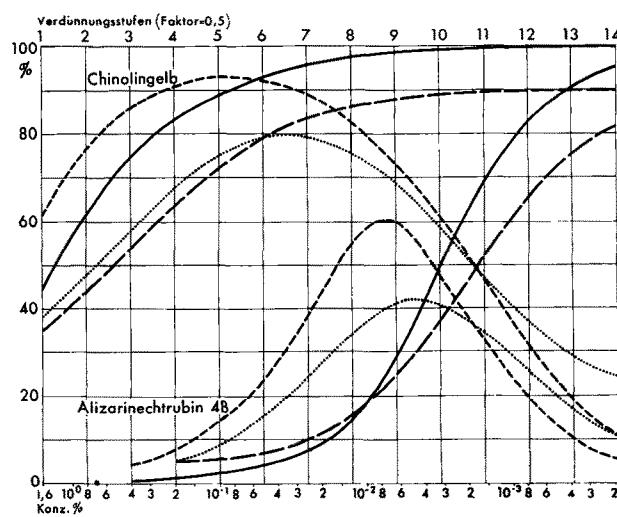


Abb. 22. Verlauf von Vollfarbanteil und Hellbezug in Abhängigkeit von der Farbstoffkonzentration.

----- Lösungen } Vollfarbe — Lösungen } Hellbezug
... Färbungen } - - - Färbungen }

d) Die Kurven *kalter* Farben (grün, blau und violett) sind teilweise erheblich gegen die Grauseite verschoben; v_{\max} der Scheitelfarbe sinkt zum Beispiel für das violette Alizarinechtrubin 4 B bis auf 59,8% herab. Auffällig ist,

e) Der Wert von w_i schwankt zwischen $-16,5\%$ (Fullacidrot) und $56,5\%$ (Chinolingelb)³¹ und beträgt im Durchschnitt $27,1\%$.

f) Jedem reinen Farbstoff eignet offenbar eine besondere Verdünnungsreihe von mehr oder weniger optimal-analoger Art, die zweckmäßig durch Angabe von v_{\max} des Kurvenscheitels und von w_i zu charakterisieren ist. v_{\max} stellt ein direktes mischmetrisches Mass für die Näherung der Farbreihe an den Optimalfarbzug dar.

2. Papierfärbungen. a) Die Farbkurven der Papierfärbungen verlaufen zwar ähnlich wie diejenige der Farblösungen und gleichen folglich ebenfalls den optimal-analogen Farbreihen, doch sind sie noch mehr nach dem Dreiecksinnern verlagert und v_{\max} ist im Verhältnis kleiner. Der hellere Ast des Kurvenzugs führt zum (gelblichen) Weißpunkt der Unterlage, während der dunklere Ast auf ein aufgehelltes Schwarz (w etwa 4%) hinweist.

b) Auch bei den Papierfärbungen ist der Vollfarbanteil im Gebiet der *warmen* Farben am höchsten, erreicht aber bei Tartrazin nur $v_{\max} = 85\%$.

c) Das v_{\max} der Kurven *kalter* Farben sinkt stärker ab und beträgt zum Beispiel beim Alizarinechtrubin 4 B bloss noch 42% .

d) Von Interesse ist das Verhältnis k_r der v_{\max} -Werte von Färbung und Lösung:

$$k_r = \frac{v_{\text{Fa}}^{\max}}{v_{\text{Lö}}^{\max}} \quad (15)$$

³¹ Wenn wir uns auch bemühten, durch Einschaltung weiterer Konzentrationsstufen die Lage von v_{\max} möglichst genau zu erfassen, ist doch mit einer gewissen Fehlerbreite von $\pm 1\%$ zu rechnen.

k_v beträgt 0,8 bis 0,9 bei warmen Farbstoffen gegenüber 0,6 bis 0,75 bei kalten.

e) w_y der Färbekurven der Farbstoffe I bis XIII schwankt zwischen 7,3 und 45,6%. Die durchschnittliche Differenz der w_y -Werte zwischen Farblösung und Färbung beträgt zwar im Mittel bloss 1,2%; es bestehen aber im einzelnen nicht unerhebliche Unterschiede (siehe Tabelle II).

Wegen des empfindungsgemäss grösseren Gewichtes hoher Sättigung gegenüber grossem Vollfarbanteil werden um so farbkärtigere Farben erzeugt, je niedriger w_y ist. Umgekehrt erlaubt ein hohes w_y sehr lichte Töne zu erreichen.

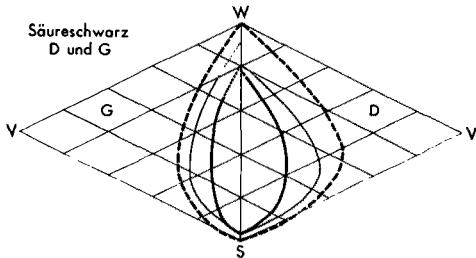


Abb. 23. Farbverlauf von Säureschwarz D und G im Vollfarbdreieck.

Wie aus Abbildung 23 und Tabelle II für das violettstichige Säureschwarz D und das grünstichige Säureschwarz G ersichtlich ist, können Sättigung und v_{\max} sogenannter schwarzer Farbstoffe auf recht erhebliche Werte ansteigen. So beträgt v_{\max} für Säureschwarz D in Lösung 45,7% und als Färbung 20,7%. Schwarze Farbstoffe, deren Verdünnungskurve der Grauseite folgt, stehen immer noch aus.

3. Gründe der Abweichung vom Ideal. Farblösungen. Wie schon darauf hingewiesen wurde, wird im Falle der Farblösungen nur im goldgelben Gebiet (Tartrazin) der Optimalfarbzug nahezu erreicht, während die Abweichungen im kalten Gebiet sehr erheblich sein können. Hiefür bestehen mehrere Gründe.

Die Spektren von Lösungen realer Farbstoffe zeigen keine plötzlichen Sprünge wie die Optimalfarben, sondern blass mehr oder weniger rasche Übergänge, die steilsten wohl bei gelben bis orangefarbenen Farben. Hier nähern sich die Spektren am ehesten den Kantspektronen der betreffenden Vollfarben.

Die Spektren kalter Farben zeigen in konzentrierterer Lösung im Vergleich zu Vollfarben besonders enge Transmissionsbanden im Gebiet der Eigenfarbe, bei oft gesteigerter Absorption selbst im Bereich der maximalen Transmission. Beides erhöht den Schwarzanteil.

Ausbreitung der Transmission auf das Gebiet der Gegenfarbe bei fortschreitender Verdünnung verschiebt die Farbe gegen Weiss zu.

Ausfärbungen. Der Verlauf der Färbekurven wird durch das zu färbende Substrat in tiefgreifender (und angenähert voraussehbarer) Weise beeinflusst. Wesentlich sind besonders die Lage des «Weisspunktes» sowie der Betrag der Oberflächenremission des Substrates. Beide bedingen die Ausgangslage der Färbekurven.

Das helle Ende. Da das Substrat praktisch nie rein weiss ist, sondern meist einen erheblichen Schwarzanteil aufweist, so werden die Verdünnungskurven (ähnlich wie bei Optimalfarbreihen gleicher Nigredo) im entsprechenden Verhältnis gegen Schwarz verschoben.

Ist überdies, wie üblich, das Substrat noch gelblich gefärbt, was auch für unser Papier zutrifft, so wird weiterhin der Schwarzanteil, insbesondere am Kurvenscheitel, davon bestimmt, wo sich das Gebiet der Hauptremission des Farbstoffes befindet. Liegt es – wie bei gelben bis orangefarbenen Farbstoffen – im gleichen Bereich wie beim (gelblichen) Substrat, so ist der Schwarzanteil relativ gering. Fällt die Hauptremission des Farbstoffes aber in das Hauptabsorptionsgebiet des Substrates (im blauen bis grünen Gebiet des Spektrums), dann erhöht sich der Schwarzanteil entsprechend. Die Remission unseres Papiers fällt von 92% am roten Spektralende bis gegen 70% am violetten Ende³² ab. Entsprechend ist die Färbekurve verschoben.

³² Das Remissionsspektrum unseres gelatinierter Färbepapiers ist aus Abbildung 24 ersichtlich.

Tabelle II

Farbstoff	v_{\max} in %		k_v^1	λ_d^2 m μ	w_y in %		Färbekurven		
	Lösung	Färbung			Lösung	Färbung	R_{\min}^3	Aufhängepunkte w_{\min}^4	w_{\max}^4
I. Chinolingelb	93,1	79,2	0,85	572,0	56,5	40,4	4,2	4,5	90,0
II. Tartrazin	97,8	85,0	0,87	576,3	36,3	34,0	4,3	4,6	91,0
III. Orange II	96,0	81,8	0,85	590,7	25,0	30,2	4,0	4,5	90,5
IV. Ponceau PSNR	93,7	75,2	0,80	614,5	19,0	7,3	3,8	4,3	90,0
V. Fullacidrot 3B	89,7	62,8	0,70	-498,5	16,5	9,4	3,8	4,7	91,5
VI. Alizarinetrubin 4B	59,8	42,0	0,70	-528,5	16,2	24,1	4,0	4,2	91,5
VII. Brillantalizarinetrubin 6R	70,0	42,0	0,60	-564,5	24,3	26,0	4,0	4,2	79,0
VIII. Säureviolet 5B	76,2	50,9	0,67	456,7	22,3	24,4	3,5	4,2	81,0
IX. Brillantsäureblau G	74,0	54,2	0,73	476,0	31,9	24,7	2,8	3,1	82,0 ³³
X. Kitonblau AR	82,6	54,9	0,67	484,7	35,6	29,5	2,6	3,0	90,0
XI. Benzylgrün B	75,1	54,4	0,72	489,6	27,3	25,0	2,5	4,0	90,5
XII. Grün (XI : I = 1 : 2,18)	70,8	52,8	0,75	524,0	21,6	33,5	4,3	4,0	91,0
XIII. Papagei (XI : I = 1 : 15,39)	71,3	63,8	0,90	559,0	42,5	45,6	4,1	4,0	89,0
XIV. Säureschwarz D	45,7	20,7	0,45	444,0	31,5	31,5	3,6	3,5	78,0
XV. Säureschwarz G	28,4	13,5	0,48	495,0	33,2	38,2	3,3	3,5	80,0
Durchschnittswerte:					27,1	28,3	3,7	4,0	

¹ Quotient der v_{\max} -Werte von Färbung und Lösung.

² λ_d der v_{\max} entsprechenden Färbung.

³ In %. Durch Färbung erreichbares tiefstes Remissionsminimum.

⁴ In %. Durch Extrapolation auf die Grauseite hin bestimmt. In Wirklichkeit sind Anfang und Ende durch die Papierfarbe gegeben.

⁵ Siehe Abbildung 19.

kurve gelber bis gelbroter Farbstoffe gegenüber der Lösungskurve um etwa 10% gegen Schwarz zu verschieben, was sich besonders am helleren Kurvenast bemerkbar macht. Die Verschiebung nimmt bei roten Farbstoffen zu und erreicht mit über 20% im Violett ihr Maximum; in der Tat liegt hier das gelbliche Papierweiss in der Nähe der Gegenfarbe. Auch bei Säureschwarz D endet der extrapolierte helle Kurvenast bei einem Grau mit 22% Schwarzanteil. Bei blaugrünen Farbstoffen dagegen rückt die Hauptremissionsbande bei der Verdünnung wegen der gelblichen Farbe des Substrates relativ rasch, unter entsprechender Verschiebung des Farbtone, von der violetten Seite nach längeren Wellenlängen, womit der Schwarzanteil des helleren Kurvenendes wieder sinkt³³.

Das dunkle Ende. Das dunkle Kurvenende der Färbekurven weist, nicht ganz einheitlich, auf ein Schwarz hin, dessen w_{\min} zwischen 3 bis gegen 5% liegt. Dies gilt auch für die schwarzen Farbstoffe ($w_{\min} = 3,5\%$). Dieser kleine Weissanteil, der aber empfindungsmässig stark in Erscheinung tritt, ist durch Reflexion von unverändertem Licht an der Faseroberfläche bedingt³⁴. Entsprechend findet eine Verschiebung der gesamten Färbekurve gegen Weiss zu statt, wie wir dies bei den Optimalfarbreihen gleicher Albedo sahen. Die Verschiebung ist hier am dunkleren Kurvenast besonders ersichtlich. Eigentlicher Oberflächenglanz des Substrates würde dieses Phänomen bei Sicht unter dem Spiegelwinkel noch wesentlich erhöhen.

4. Abgeleitete Färbekurven. Um von den Lösungskurven zu den entsprechenden Färbekurven zu gelangen, müssen die spektralen Transmissionswerte der Lösungsfarben mit den Remissionswerten des Substrates in Funktion der Wellenlänge multipliziert werden. Aus den derart bestimmten Remissionskurven wären weiterhin die trichromatischen und Vollfarbkoordinaten der Farbstufen der Färbekurve zu ermitteln³⁵.

Ein wenigstens bezüglich des Verlaufs im Vollfarbdreieck angenähertes Bild lässt sich aber, trotz Erschwerung durch die gelbliche Färbung des Substrates, auch einfacher gewinnen, wie dies die dünn ausgezogenen Kurven in den Abbildungen 18 bis 21 und 23 zeigen.

Die abgeleiteten Färbekurven erhielten wir durch affine Transformation der Lösungskurven, wobei der Verlauf wesentlich durch die neue Lage des Scheitels und der Aufhängepunkte bestimmt wird. Zu deren Ermittlung dienten folgende Gesichtspunkte:

a) Einheitlich wählten wir als «schwarzen» Aufhängepunkt $w_{\min} = 4\%$, was auch mit dem mittleren minimalen Remissionswert der Spektren sämtlicher konzentrierter Ausfärbungen übereinstimmt (siehe Tabelle II).

b) Da alle Färbekurven beim Verdünnen nach dem hellen Gelb des Färtepapieres zielen, verwendeten wir der Einfachheit wegen die mittlere Remission des Färtepapieres auf der spektralen Langenseite – sie betrug bei

³³ Der Übergang ist aus der in der Abbildung 19 wiedergegebenen Färbekurve von Brillantsäureblau G an der Ausbiegung des hellen Astes zu erkennen.

³⁴ A. ATHERTON, D. A. GARRET und T. VICKERSTAFF, *The Textile Institute* (Manchester 1954), geben in einer interessanten einschlägigen Arbeit 2% für die Oberflächenreflexion von Textilien an, betonen aber die Variabilität dieses Betrages; siehe auch T. VICKERSTAFF, Proc. Roy. Soc. 57, 15 (1945). Bei Seidensamt kann der Wert bis auf 0,24% herabsinken, wie schon ROSENTHAL, I. c. S. 28, angibt.

³⁵ Über die Ermittlung des Remissionsverlaufs nach KUBELKA-MUNK siehe D. B. JUDD, *Color in Business, Science and Industry* (1952), p. 340.

$\lambda = 600 \text{ m}\mu \quad w_{\max} = 91\%$ – als (weissen) Aufhängepunkt auf der Grauseite³⁶.

Einzig bei violetten bis blauen Färbungen, die zu Gelb mehr oder weniger kompensativ sind (siehe zum Beispiel Abbildungen 18 und 19), weist der helle Ast nach dem Gelbpunkt des entgegenstehenden Dreiecks hin. Hier ist der Remissionswert des Färtepapieres bei der Wellenlänge der Transmissionsbande am Kurzende des Spektrums als Weisspunkt zu wählen (etwa 80%).

c) Die Bestimmung der abgeleiteten gelbgrünen, gelben, orangen sowie der violettblauen Färbekurven erfolgt durch doppelte affine Transformation der entsprechenden Lösungskurven nach den gemäss a) und b) ermittelten Aufhängepunkten.

Für die übrigen Farbtöne ist aber vorerst der Scheitel der abgeleiteten Färbekurve gesondert zu bestimmen. Massgebend für die Verschiebung des Scheitels der Lösungskurve gegen Schwarz ist dabei der Betrag der Papierremission am Ort des Transmissionsmaximums auf der violetten Seite, während die weitere Verschiebung des Scheitels nach dem neuen Weisspunkt im Verhältnis 1 : 87 (das heisst 91 – 4) zu erfolgen hat. Die affine Transformation der Lösungskurve kann nunmehr in gewohnter Weise geschehen.

Die Übereinstimmung zwischen beobachteter und abgeleiteter Färbekurve ist beim Tartrazin eine vollständige. Im übrigen treten aber, wie zu erwarten war, besonders in Grenzgebieten Abweichungen auf. Dies ist zum Beispiel bei Ponceau PSNR der Fall, wo bereits ein Nebenmaximum am Kurzende des Spektrums auftritt. Hier befindet sich der Scheitel der beobachteten Kurven gerade in der Mitte der nach b) und c) bestimmten Lagen. Unbefriedigend ist das Ergebnis bei «schwarzen» Farben (Abbildung 23), wo der Schwarzanteil der Scheitelfarbe stärker zunimmt als berechnet, eine Tatsache, die noch weiterer Untersuchung bedarf. Trotz solcher Grenzfälle vermögen unsere Faustregeln zur Ermittlung des Verlaufs der Färbekurve in vielen Fällen, wenigstens überschlagsmäßig, nützlichen Aufschluss zu geben.

5. Natürlicher Schwarzanteil. Erniedrigter Vollfarbanteil und erhöhter Schwarzanteil gehen bei kalten Farben parallel. Auf den sogenannten natürlichen Schwarzgehalt konzentrierter Ausfärbungen kalter Farben hat OSTWALD bereits vor 40 Jahren aufmerksam gemacht³⁷. Das Phänomen ist schon bei Farbstofflösungen zu sehen, viel ausgesprochener aber bei den Färbungen (Abbildung 24). Befindet sich das spektrale Remissionsminimum auf seinem untersten, durch Oberflächenremission bedingten Wert (etwa 4%), so kann bei warmen Farben trotzdem das Remissionsmaximum mit demjenigen des Substrates zusammenfallen (über 90%), während es bei kalten Farben blos Werte von 50 bis 60% und selbst weit darunter erreicht.

Der erhöhte Schwarzanteil kalter Färbungen geht, wenigstens teilweise, auf die meist recht erheblich herabgesetzte Remission des Substrates am kurzweligen Ende zurück.

Durch Bleichung, gegebenenfalls durch sogenannte optische Bleichmittel zur Erzeugung möglichst gleichmässig hoher Remission, lässt sich dieser Anteil vermindern.

³⁶ In Wirklichkeit liegt er bei der gelblichen Farbe des verwendeten Papiers.

³⁷ W. OSTWALD, *Physikalische Farbenlehre* (Verlag Unesma, Leipzig 1919) S. 199.

dern. Der auch bei Lösungen auftretende Anteil ist aber im wesentlichen darauf zurückzuführen, dass bei kalten Farben zwei nahe beieinanderliegende Absorptionsbanden gerade im Gebiete der Maximalre- bzw. -transmission übereinandergreifen³⁸.

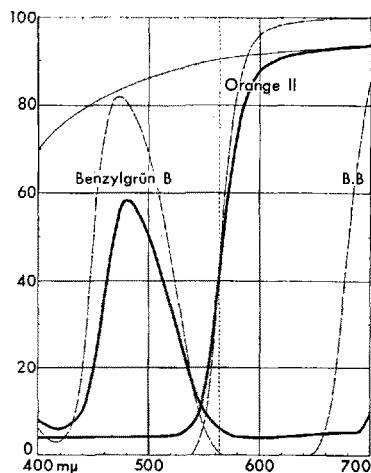


Abb. 24. Erhöhter Schwarzanteil einer «kalten» Farbe gegenüber einer komplementären «warmen».

— Färbekurven, —— Lösungskurven, —— ungefärbtes Papier, ······ Vollfarbgrenze

Auf kaltem Gebiete wäre somit nach Farbstoffen zu suchen, die steilere Absorptions- bzw. Remissionsbanden zeigen. Möglicherweise wird es gelingen, Farbstoffe mit neuartigen Oszillatorsystemen zu finden, die den Anforderungen besser entsprechen.

Der sogenannte natürliche Schwarzanteil ist mit die Ursache dafür, warum gerade kalte Farben für die Schwarzfärberie bevorzugt werden, ganz abgesehen davon, dass die «spezifische Helligkeit» dieser Farbtöne besonders niedrige Werte erreicht. So beträgt sie für die urblaue Vollfarbe etwa $\frac{1}{20}$ derjenigen der dazu angenähert komplementären urgelben Vollfarbe.

III. Schluss

Abschliessend lässt sich sagen, dass unsere theoretischen Erwägungen, die auf dem Optimalfarbzug als idealisierter Konzentrationsreihe beruhen, in der Lage sind, ein objektives Vergleichsmass zur Beurteilung der mit realen Farbstoffen zu erzeugenden Farbreihen abzu-

³⁸ Dies zeigt der Vergleich der Kurven in Abbildung 24 besonders deutlich, sofern man sie um 180° gedreht betrachtet. Siehe auch R. ROMETSCIR und K. MIESCHER, Exper. 9, 309 (1953), Abb. 3.

geben³⁹. Insbesondere tragen sie mit dazu bei, die beim Färben auftretenden vielfältigen Verhältnisse besser zu verstehen. So erlauben sie in relativ einfacher Weise gewisse Voraussagen über den Einfluss der oft von Fall zu Fall wechselnden Beschaffenheit des Substrates (Papier, Textilfasern, Kunststoffe wechselnder Struktur [Glanz] und wechselnden Bleichungsgrades) auf die zu erwartenden Farben, sofern man den Farbverlauf der Lösungskurve des Farbstoffes⁴⁰ sowie die Remissionsverhältnisse des Substrates kennt. Dabei wird zu prüfen sein, ob nicht die unterschiedliche Affinität der Farbstoffe zum Substrat einfach durch eine Verschiebung des Farborts innerhalb der vorausgesagten Färbekurve zum Ausdruck kommt.

Nachdem die vorliegenden Probleme auf mischmetrischer Ebene die erstrebte Abklärung gefunden haben, werden wir die Zusammenhänge der von uns theoretisch abgeleiteten und der experimentell ermittelten Farbreihen unter sinngemässer Übertragung auch auf stufenmetrischer Ebene verfolgen, soweit es der heutige Stand einer empfindungsgemässen Farbmethode erlaubt. Hier werden anstelle mischmetrischer Begriffe wie zum Beispiel Vollfarbe und Vollfarbanteil entsprechende stufenmetrische, wie farbkraftigste Optimalfarbe und Farbkraftanteil (Chroma nach MUNSELL⁴¹, Farbintensität nach HESSELGREEN oder dgl.), treten. Auch ist die lineare Koordinatenteilung durch eine stufenmetrische zu ersetzen.

Übrigens ist bereits in den Abbildungen 15, 16 und 18 bis 21 jeweils die farkraftigste Farbe innerhalb der Färbreihen, wie sie im Durchschnitt von zahlreichen Versuchspersonen bestimmt wurde, durch Pfeile besonders hervorgehoben. Sie befindet sich beim Sättigungsmaximum. Hierauf sowie auf die Konstruktion eines spektralen FarbinTEGRATORS zur vergleichsweisen Erzeugung von spektral beliebig zusammengesetzten Farben werden wir in folgenden Arbeiten eingehen.

Summary

The theory of optimal colours is extended and it is shown that affinic transformation of optimal colour pathes leads to colour series similar to concentration series of Dyestuffs. A relatively simple relationship between such concentration series in solution and dyed on a substrate allows certain predictions over the colour course of the dyes provided the spectral remission of the substrate is known.

³⁹ Eine andersartige interessante Idealisierung optimaler Farbreihen ist von Dr. GANZ, Z. A. M. P. 8, 318 (1957), in der CIBA unternommen worden, indem er die Farbenfolge bestimmt, die sich durch gesetzmässige Änderung der Absorptionsbanden bei Gaußscher Verteilung ergibt.

⁴⁰ Die Lösungskurve stellt eine feststehende Charakteristik des Farbstoffs dar, sofern dieser einheitlich ist.

⁴¹ Siehe zum Beispiel D. NICKERSON und S. NEWHALL, J. opt. Soc. Amer. 33, 419 (1943).